GARA DI MATEMATICA ON-LINE (13/10/2025)

1. UNA SERIE DI QUADRETTI [2650]

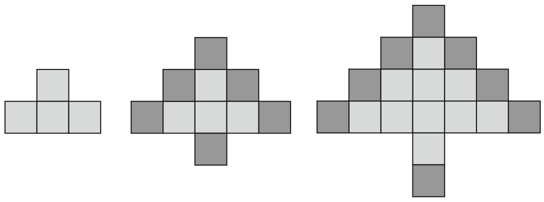


fig 1 fig 2 fig 3

Figura 1: $(1+3)+0$;

figura 2: $(1+3+5)+1$;

figura3: $(1+3+5+7)+2$ e così via… quindi

Figura 50: $(1+3+5+7+...+50\cdot 2+1)+(50-1)=51^2+49=2650$

2. AL RISTORANTE! [900]

Se x è il lato del quadrato di partenza, l'ultimo rettangolo ha lati che misurano $\frac{x}{4}$ e $\frac{x}{2}$.

$2\left(\frac{x}{4}+\frac{x}{2}\right)=45\text{ cm}$, quindi $x=30\text{ cm}$ ed i conseguenza l'area vale $x^2=900\text{ cm}^2$.

3. AL LAVORO [200]

Per fare il calcestruzzo occorre mescolare 4 badilate di pietre, 2 badilate di sabbia e 1 badilata di cemento e così facendo otteniamo $4+2+1=7$ badilate di calcestruzzo. Per averne 350 servono $\frac{350}{7}\cdot 4=200$ badilate di pietre.

4. AL PARCO [9]

Il problema può essere trasformato in equazioni:

$$\begin{cases} 10u+6d+2m=100 \\ u+d+m=20 \\ d>u \end{cases} \qquad \begin{cases} 5u+3d+m=50 \\ m=20-u-d \\ d>u \end{cases}$$

Ricavando m dalla seconda equazione ed inserendo il risultato nella prima equazione otteniamo:
$5u+3d+20-d-u=50$ cioè, semplificando $2u+d=15$.

Compiliamo una tabella alla ricerca della soluzione:

Uomini (u)	Donne (d)	Minorenni (m)
0	15	5
1	13	6
2	11	7
3	9	8
4	7	9
5	5	NO

I minorenni erano al massimo 9.

5. DALLA "SETTIMANA ENIGMISTICA" (che ringraziamo di esistere) [5624]

Compiliamo una tabella valutando le possibilità secondo quanto affermato dai ragazzi:

TARGA	A	B	C	D	E
23394		SI		SI	SI
35624					SI
47145	SI			SI	
53826		SI			SI
60480	SI	SI	SI	SI	SI

Quindi:

TARGA	A	B	C	D	E
23394		~~SI~~		**SI**	~~SI~~
35624					**SI**
47145	**SI**			~~SI~~	
53826		**SI**			~~SI~~
60480	~~SI~~	~~SI~~	**SI**	~~SI~~	~~SI~~

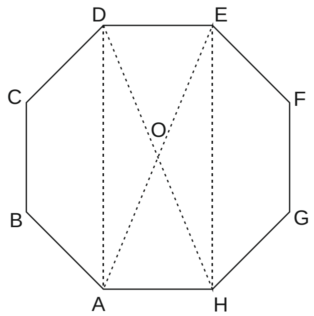
La risposta richiesta è 5624.

6. A METÀ DEL LIBRO [520]
Se sono a metà libro, le pagine sono proprio $521-1=520$.

7. IL CODICE DI MARIA [186]
Sia $\overline{abc}$ il codice cercato. Sappiamo che $a+b+c=15$ e che $10a+b=3c$. Ricavando b dalla seconda equazione ed inserendolo nella prima otteniamo: $a+3c-10a+c=15$ che possiamo anche scrivere $4c=9a+15$.
Ora c deve essere un multiplo di 3 ma né 3 (perché $4\cdot 3<15$) e nemmeno 9 in quanto 15 non è un suo multiplo. Quindi $c=6$, $a=1$ e $b=8$. Il numero cercato è 186.

8. NUMERI E QUADRATI [84]
Siccome $504=2^3\cdot 3^2\cdot 7$, il primo quadrato divisibile per 504 è $2^4\cdot 3^2\cdot 7^2=\left(2^2\cdot 3\cdot 7\right)^2=(84)^2$.

9. UN TRAPEZIO NELL'OTTAGONO [360]
Tracciati i segmenti come in figura e detta S la superfice dell'ottagono, osserviamo che $A_{ODE}=A_{OHA}=\frac{1}{8}S$.
Osserviamo poi che $A_{ODA}=A_{ODE}$ in quanto ha altezza pari a metà della base e base pari al doppio dell'altezza di ODE.
In conclusione $A_{ADEH}=4\cdot\frac{1}{8}S=\frac{1}{2}S$ e quindi $A_{ABCD}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}S=\frac{1}{4}\cdot 1440=360\ \text{cm}^2$.



10. UNA VACANZA PIOVOSA [20]
Se x sono i giorno in cui non ha piovuto né mattina né pomeriggio, allora ha piovuto per $12-x$ mattine e per $13-x$ pomeriggi, e quindi $12-x+13-x=15$ da cui otteniamo $x=5$.
La vacanza è durata $15+5=20$ giorni

11. NEL PALAZZO [4132]
(1) abita al secondo o al terzo piano; (2) vive sopra (3) e (4) non abita la quarto, quindi al quarto piano vive (2), al terzo (3), al secondo (1) ed infine al primo (4)
La risposta richiesta è 4132.

12. MASTER MIND NUMERICO [6421]
Supponiamo che i pallini neri non si riferiscano al numero 2 che ha la stessa posizione per tutti e quattro i tentativi. Questo vorrebbe dire che (osservando la terza riga) una delle coppie 3-4 o 4-4 devono essere corrette al posto giusto, l'altra cifra non deve essere presente così come il 2) ma questo è in contrasto con le informazioni della seconda riga.. dove i due pallini si dovrebbero riferire all' 1 e al 3. Ma il 3 non può essere nel posto giusto…, quindi dovrebbe occupare il primo posto… ma lì ci deve stare l'1 per quanto appena osservato.

	Proposte				Risposte
I	5	3	2	6	●○
II	1	2	2	3	●○
III	3	4	2	4	●●
IV	2	5	2	4	●○
V					●●●●

Conclusione il 2 della terza colonna è al posto giusto.
Ci restano le seguenti informazioni:

I	5	3		6	○
II	1	2		3	○
III	3	4		4	●
IV	2	5		4	○
sol			2		

Se fosse il 3 della riga III nella posizione giusta, allora le informazioni della I e della II riga si riferirebbero lui.. e quindi non possono essere presenti nella soluzione le cifre 5,6,1,2. Ma non possono esserci nemmeno i 4.
Conclusione: la cifra giusta della III riga è il 4 della seconda colonna.

I	5	3		6	○
II	1	2		3	○
III	3	4		4	●
IV	2	5		4	○
sol		4	2		

Inoltre la soluzione non contiene altri 2, 3, 4 e 5. Resta una sola possibilità: 6421.

13. UN GIOCO DA RAGAZZI [2523]
I valori indicano il numero di zone chiuse dalla scrittura del numero. Ad esempio 8 ne ha 2.
$2581=2$, $8208=5$, $1764=2$ e $9349=3$.

14. PROBABILMENTE [29]
Calcoliamo la probabilità contando i casi possibili e i casi favorevoli:

Casi possibili: $\underset{no\ 1}{\boxed{5}}\ \boxed{5}\boxed{4}\boxed{3}\boxed{2}\boxed{1}=5\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

Casi favorevoli: $\underset{\substack{né\ 1\\ né\ 2}}{\boxed{4}}\ \underset{2}{\boxed{1}}\boxed{4}\boxed{3}\boxed{2}\boxed{1}=4\cdot1\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

La probabilità cercata è: $P=\dfrac{4\cdot1\cdot\cancel{4\cdot3\cdot2\cdot1}}{5\cdot5\cdot\cancel{4\cdot3\cdot2\cdot1}}=\dfrac{4}{25}$.
La risposta richiesta è $4+25=29$.

15. DISPARI [8991]
I numeri dispari minori di 6 sono 1, 3 e 5 e ciascuno comparirà nei numeri richiesti 9 volte in ciascuna delle tre posizioni, unità, decine e centinaia.
La somma di tutti i 27 numeri la possiamo ottenere $9(1+3+5)+90(1+3+5)+900(1+3+5)=999\cdot9=8991$.

16. SOMMA DI SOMMA [19]
Se eseguiamo il calcolo in colonna abbiamo:

$$\begin{array}{rl} 1\underbrace{0000...00000}_{2025} & - \\ 2025 & = \\ \hline \underbrace{9999....9}_{2021}7975 & \end{array}$$

La somma delle cifre del risultato è $S_1=2021\cdot9+7+9+7+5=18217$ che a sua volta ha somma delle cifre $S_2=1+8+2+1+7=19$

17. LA FESTA [176]
Caso minimo: supponiamo che tutti i 27 invitati che hanno i pantaloncini rossi indossino pure la maglietta rossa. Rimangono 7 invitati che indossano maglia e pantaloncini verdi. In totale abbiamo $54+7=61$ invitati.

Caso massimo: supponiamo che tutti i 34 invitati abbiano maglia e pantaloncini verdi e che tutti gli invitati con la maglietta rossa abbiano anche loro i pantaloncini verdi. Ci restano ancora 27 invitati che possono avere la maglia verde e i pantaloncini rossi. In totale abbiamo $54+34+27=115$ invitati.

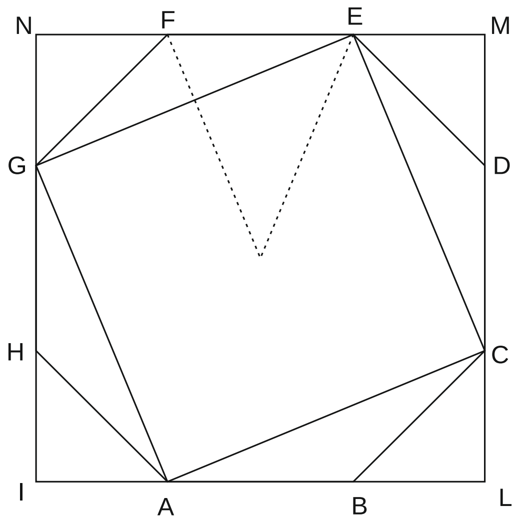
La risposta richiesta è $61+115=176$.

18 UN LAVORO LUNGO E NOIOSO [4048]
Se Isabella prende due numeri e li cancella aggiungendo il risultato dell'operazione, lascia sulla lavagna 2024 numeri.
Procedendo in questo modo rimarrà sulla lavagna un solo numero dopo 2024 operazioni di cancellazione, cioè dopo che Isabella avrà cancellato 4048 numeri

19. QUADRATI E OTTAGONO [720]

In figura è riportato sia il quadrato inscritto che quello circoscritto all'ottagono $ABCDEFGH$.

La differenza tra le aree da calcolare è data da 4 volte l'area del triangolo ACL.



Esprimiamo l'area dell'ottagono in funzione del solo lato l:

Osserviamo che $CL = \dfrac{l}{\sqrt{2}}$ e quindi:

$$A_{ottagono} = 8 \cdot AB \cdot \frac{ML}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2l\left(l + \frac{2}{\sqrt{2}}l\right) = 2l\left(l + \sqrt{2}l\right)$$

$$4 \cdot A_{ACL} = 4 \cdot \left(AB + BL\right)CL \cdot \frac{1}{2} = 2\left(l + \frac{l}{\sqrt{2}}\right)\frac{l}{\sqrt{2}} = \left(\sqrt{2}l + l\right)l$$

L'area cercata è esattamente la metà dell'area dell'ottagono.

La risposta richiesta è $\dfrac{1440}{2} = 720\ \text{cm}^2$

20. PANICO DI DIVISORI [35]

Osserviamo una regola generale: Se $d_1 \ldots\ d_n$ sono tutti i divisori di n, $\dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{d_2} + \ldots + \dfrac{1}{d_n} = \dfrac{d_n + d_{n-1} + \ldots + d_1}{n}$.

Siccome $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$, la somma dei divisori può essere calcolata grazie al prodotto $(1+2+2^2)(1+3+3^2)(1+7)$ che se sviluppato ci da proprio la somma di tutti i divisori di 252.

Il risultato cercato è:

$$\frac{(1+2+2^2)(1+3+3^2)(1+7)}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7} = \frac{7 \cdot 13 \cdot 8}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 7} = \frac{26}{9}$$

Il risultato richiesto è $26 + 9 = 35$.